BAC 2005 SESSION DE CONTROLE

EXERCICE 1 (5 points)

Une urne contient trois boules rouges numérotées 1,2,2 et trois boules blanches numérotées 1,1,2.
Une épreuve consiste à tirer simultanément **et au hasard** trois boules de l'urne.

1)a- Calculer la probabilité de chacun des événements suivants:

A :« avoir trois boules de même couleur ».

B :« La somme des nombres inscrit sur les boules tirées est égale à cinq ».

b- Soit C l'événement :« avoir au moins une boule rouge qui porte le numéro 2 ». Montrer que $p(C) = \frac{4}{5}$.

2) Soit X l'aléa numérique qui à chaque tirage associe le nombre de boules rouges portant le numéro 2 obtenues.

a- Déterminer la loi de probabilité de X.

b- Calculer E(X).

3) On répète l'épreuve précédente n fois ($n \geqslant 1$) de suite, en remettant après chaque épreuve les boules tirées dans l'urne.

a- Calculer la probabilité p_n pour que l'événement C soit réalisé au moins une fois.

b- Déterminer le plus petit entier n tel que $p_n \geqslant 0,99$.

EXERCICE 2 (5 points)

1) Soit f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = x^3 e^{1-x^2}$
On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

a- Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$

b- Dresser le tableau de variation de f.

c- Construire la courbe $\mathscr{C}$.

2) Soit (u_n) la suite définie sur IN* par : $u_n = \int_0^1 x^n e^{1-x^2} dx$.

a- Calculer u_1.

b- Montrer que pour tout n de IN* on a : $\frac{1}{n+1} \leqslant u_n \leqslant \frac{e}{n+1}$.

En déduire que (u_n) est convergente et trouver sa limite.